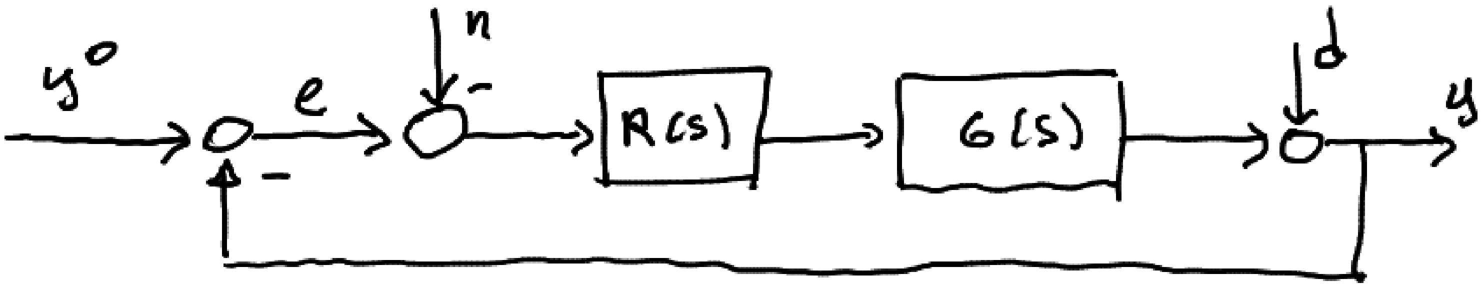
Progetto del controllore

Introduzione

Schema di riferimento



Scopo: progettare $R(s)$ in modo che il sistema di controllo verifichi delle specifiche assegnate

Metodo: sintesi per tentativi (basata sul criterio di Bode)

- $L(s) = R(s)G(s)$ deve verificare le ipotesi del criterio di Bode
- non applicabile se $G(s)$ ha poli a parte reale > 0 (che NON possono essere cancellati con zeri di $R(s)$)
- $R(s)$ NON può avere poli a parte reale > 0

Specifiche

1) $F(s) = \frac{L(s)}{1+L(s)}$ deve essere AS. Bode $\Rightarrow$ $\mu_L > 0$ e $\varphi_m > 0$

2) Stabilità robusta. Ad esempio $\varphi_m >$ (valore assegnato)

3) Prestazioni statiche. $|e_\infty| \leq$ (valore assegnato) oppure $|e_\infty| = 0$ quando $d(t)$ e/o $y^\circ(t)$ sono segnali canonici specificati.

$\hookrightarrow$ L_2 fdt $d \to e$ (o $y^\circ \to e$) è $S(s)$ $\Rightarrow$ vincoli su μ_L e g_L

Oss. $\mu_L = \mu_R \mu_G$, $g_L = g_R + g_G$

4) Prestazioni dinamiche. Ad esempio

$\omega_c >$ (valore assegnato) $\Leftarrow$ Banda passante in anello chiuso

$\varphi_m >$ (valore assegnato)

Oss. Se $y^o(t)$ è uno scalino, per la risposta in anello chiuso si ha

$$\varphi_m \geq 75^\circ \longrightarrow T_a \simeq \frac{4.6}{\omega_c}$$

$$\varphi_m < 75^\circ \longrightarrow T_a \simeq \frac{4.6}{\xi \omega_c} \qquad \xi \simeq \frac{\varphi_m}{100}$$

5) Attenuazione di disturbi sinusoidali

Sintesi per tentativi

$$R(s) = R_1(s)\, R_2(s) \qquad R_1(s) = \frac{\mu_R}{s^{g_R}} \qquad R_2(s) = \frac{\prod_i (1 + s\tau_i)}{\prod_i (1 + s T_i)}$$

Oss. $R_2(0) = 1 \Rightarrow R_2(s)$ non modifica le prestazioni statiche

Due fasi: progetto statico e dinamico

1) Progetto statico

Assumendo che $F(s)$ sia AS, si progetta $R_1(s)$ in modo da verificare le specifiche statiche

↳ Linea guida: scegliere il più piccolo g_R possibile per non complicare il progetto dinamico

↳ Se μ_R rimane libero, lo si fissa in fase di progetto dinamico

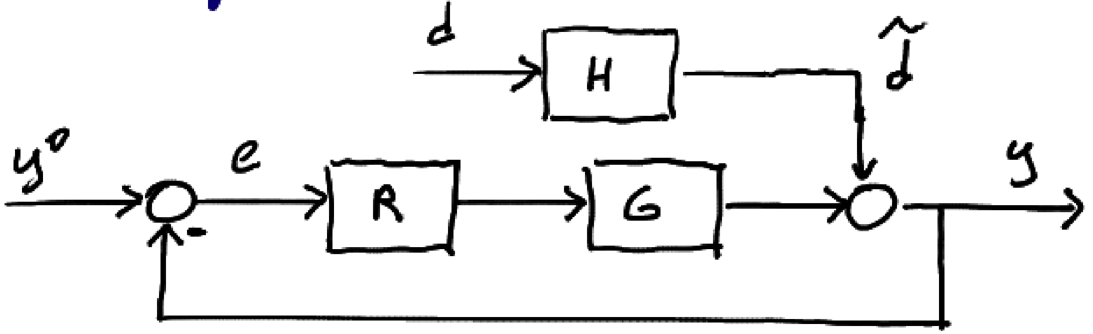
2) Progetto dinamico

Progettare $R_2(s)$ (ed eventualmente μ_R) per avere

- vincoli su φ_m e ω_c verificati
- disturbi sinusoidali sufficientemente attenuati

↳ Si parte con il progetto più semplice possibile ($R_2(s) = 1$) e poi si itera complicando gradualmente il controllore.

Esempio



$$G(s) = \frac{50}{(1+0.1s)(1+s)(1+10s)} \qquad H(s) = \frac{5}{1+0.01s}$$

Progettare il regolatore $R(s)$ in modo che

(R1) $|e_\infty| \leq 0.025$ per $d(t) = -5\,\mathrm{sca}(t)$

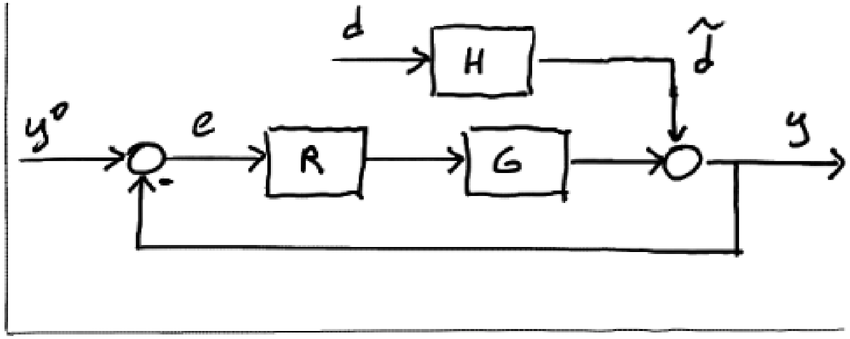
(R2) $\omega_c \geq 2$ rad/s

(R3) $\varphi_m \geq 60°$

Fattorizzazione: $R(s) = R_1(s)\, R_2(s)$ ove $R_2(0) = 1$ e $R_1(s) = \dfrac{\mu_R}{s^{g_R}}$,

$\mu_R > 0$

Progetto statico



Come scegliere $R_1(s)$ per verificare (R1)?

- Poiché $H(s)$ non ha poli a parte reale >0, per il calcolo di e_∞ utilizzo il disturbo equivalente $\tilde{d}(s) = d(s)\dfrac{\mu_H}{s^{g_H}} = \dfrac{25}{s}$
- La fdt $\tilde{d} \to e$ è $-S(s)$. Dalla tabella per $S(s)$:

$$e_\infty = \begin{cases} -\dfrac{A}{1+\mu_L} & g_L = 0 \\ 0 & g_L > 0 \end{cases} \longrightarrow e_\infty = \begin{cases} \dfrac{25}{1+50\mu_R} & g_R = 0 \\ 0 & g_R > 0 \end{cases}$$

L'ultimo passaggio segue da $g_L = g_R + g_G$ e $\mu_L = \mu_R \mu_G$.

Oss. Se si sceglie $g_R = 1$, φ_m diminuisce di $90°$ $\to$ più difficile ottenere $\varphi_m > 60°$ in fase di progetto dinamico

Conclusione: si sceglie $g_R = 0$

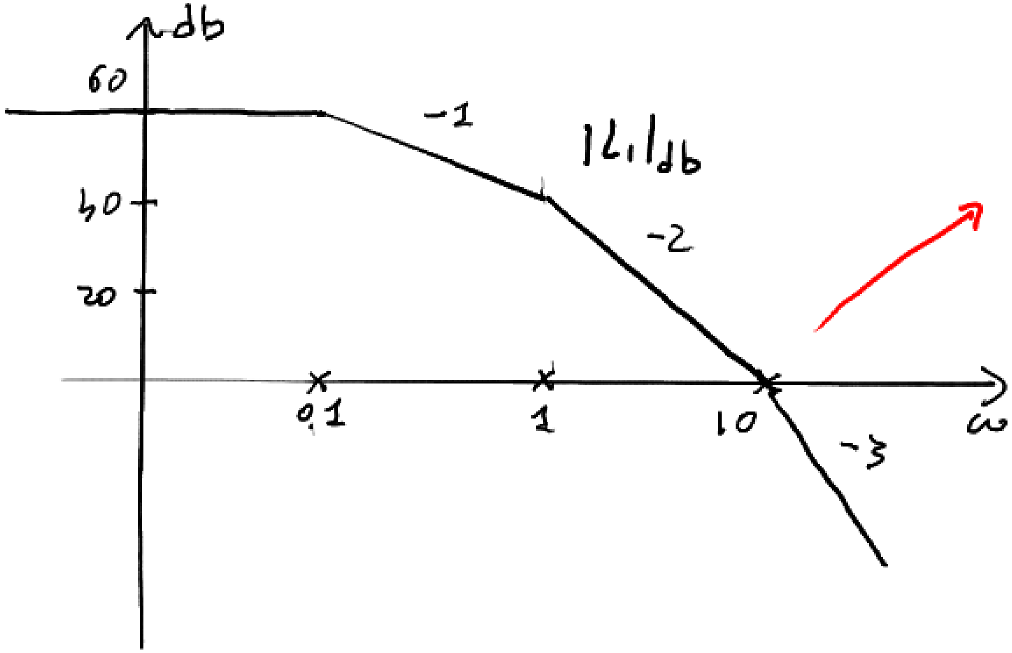
$$\frac{25}{1+50\mu_R} \le 0.025 \longrightarrow 25 \le \underbrace{0{,}025}_{\simeq 0} + 1.25\mu_R \longrightarrow \mu_R \ge \frac{25}{1.25} = 20.$$

Scelgo $\mu_R = 20$.

Progetto dinamico

Si pone $L(s) = R_2(s)\underbrace{L_1(s)}_{\text{parti già fissate}}$ $\quad L_1(s) = R_1(s)G(s) = \dfrac{1000}{(1+0.1s)(1+s)(1+10s)}$

Primo tentativo: per $R_2(s) = 1$
- $F(s)$ è AS?
- Le specifiche (R2) e (R3) sono verificate?



Ipotesi B OK

$\omega_c \simeq 10 > 2$ OK

$\varphi_c = -\text{atan}(1) - \text{atan}(10) - \text{atan}(100) = -218.7^\circ$

$\varphi_m = 180 - |\varphi_c| = -38.7^\circ < 0$

$\Downarrow$

$F(s)$ non è AS!!

Idea per aumentare φ_m

Se $R_2(s)$ rende $L(s)$ a fase minima, ci si aspetta $\varphi_m > 0$ se $|L|_{db}$ taglia l'asse a 0 db con pendenza -1 e senza cambi di pendenza prossimi a ω_c

Scelta della fdt d'anello desiderata

Metodo di progetto: scelgo la funzione d'anello desiderata $\tilde{L}(s)$ e pongo

$$R_2(s) = \frac{\tilde{L}(s)}{L_1(s)} \quad \text{per avere} \quad L(s) = R_2(s)L_1(s) = \tilde{L}(s)$$

Come scegliere $\tilde{L}(s)$: linee guida generali

- $|\tilde{L}|_{dB}$ deve dare ω_c desiderato (≥ 2 nell'esempio) e, se possibile, deve avere pendenza -1 attorno a ω_c
- Per $\omega \to 0$: (a) imporre che la pendenza di $|\tilde{L}|_{dB}$ sia uguale a quella di $|L_1|_{dB}$

  ↳ se no, cambio il progetto statico

  (b) se il progetto statico impone un valore minimo per μ_R, far sì che $|\tilde{L}|_{dB} \geq |L_1|_{dB}$

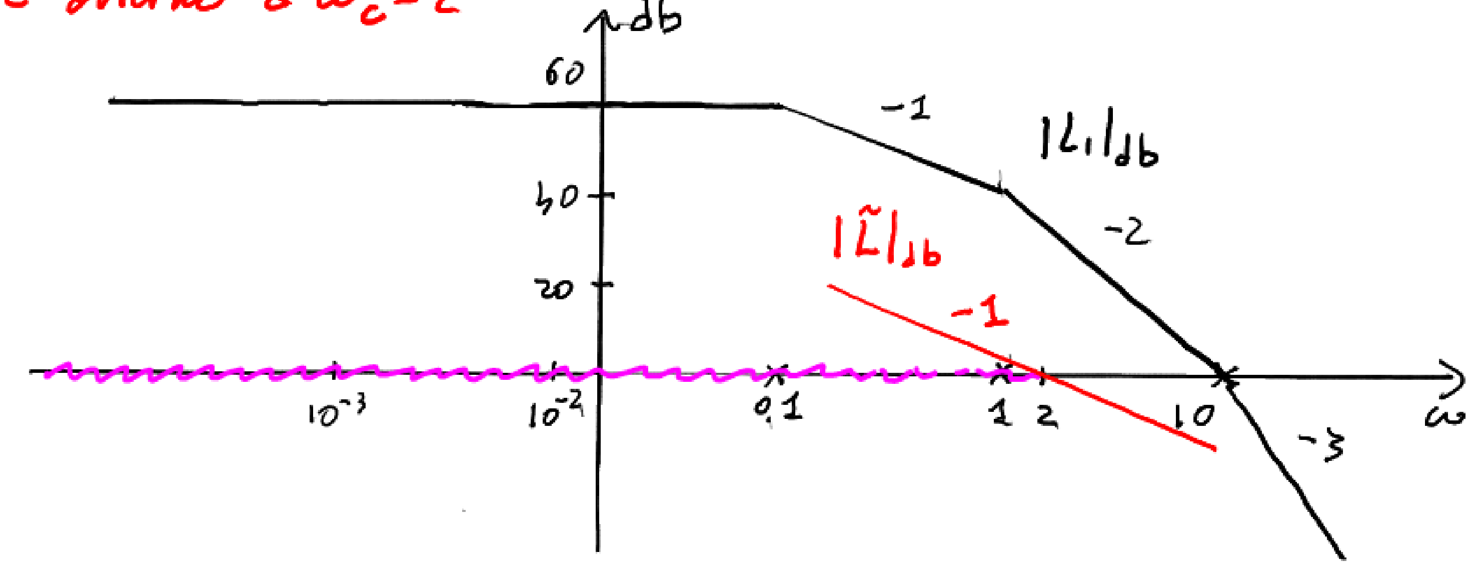
  ↳ se no, non verifico le specifiche statiche
- Per $\omega \to +\infty$ imporre

  (c) $\left(\text{pendenza di } |\tilde{L}|_{dB}\right) \leq g_R + \left(\text{pendenza di } |L_1|_{dB}\right)$

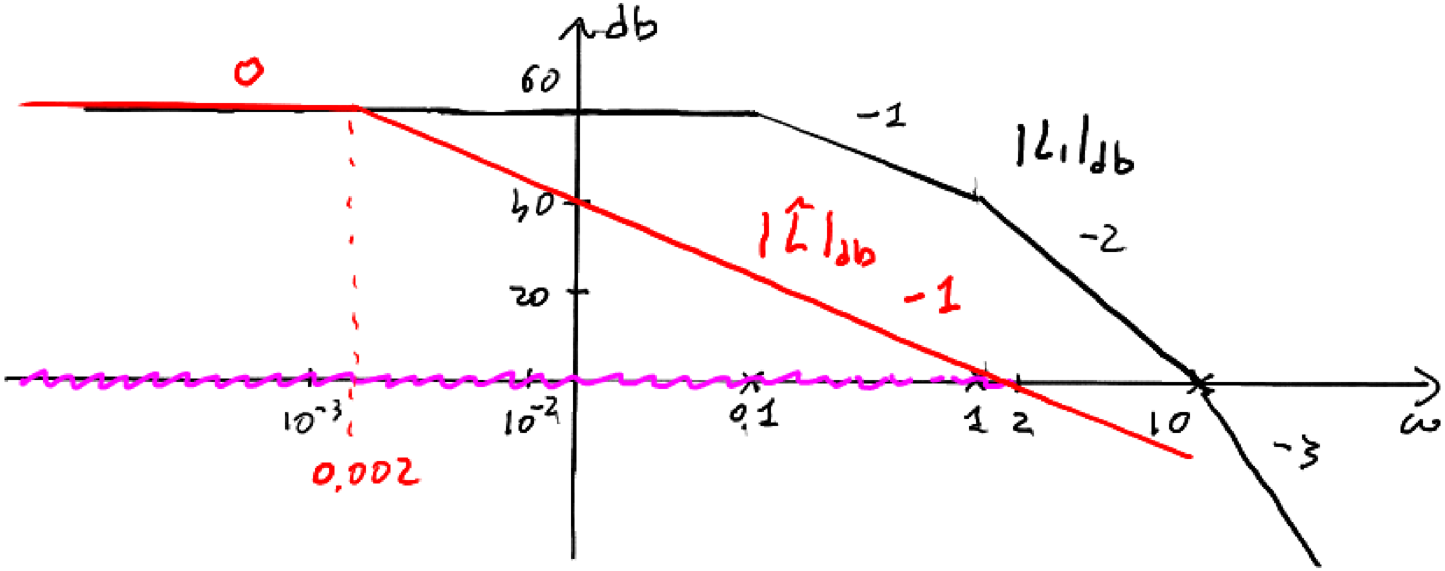
  ↳ se no, $R(s) = R_1(s)\,R_2(s)$, $R_2(s) = \dfrac{\tilde{L}(s)}{L_1(s)}$ è improprio

Secondo tentativo. Fisso $\omega_c = 2$

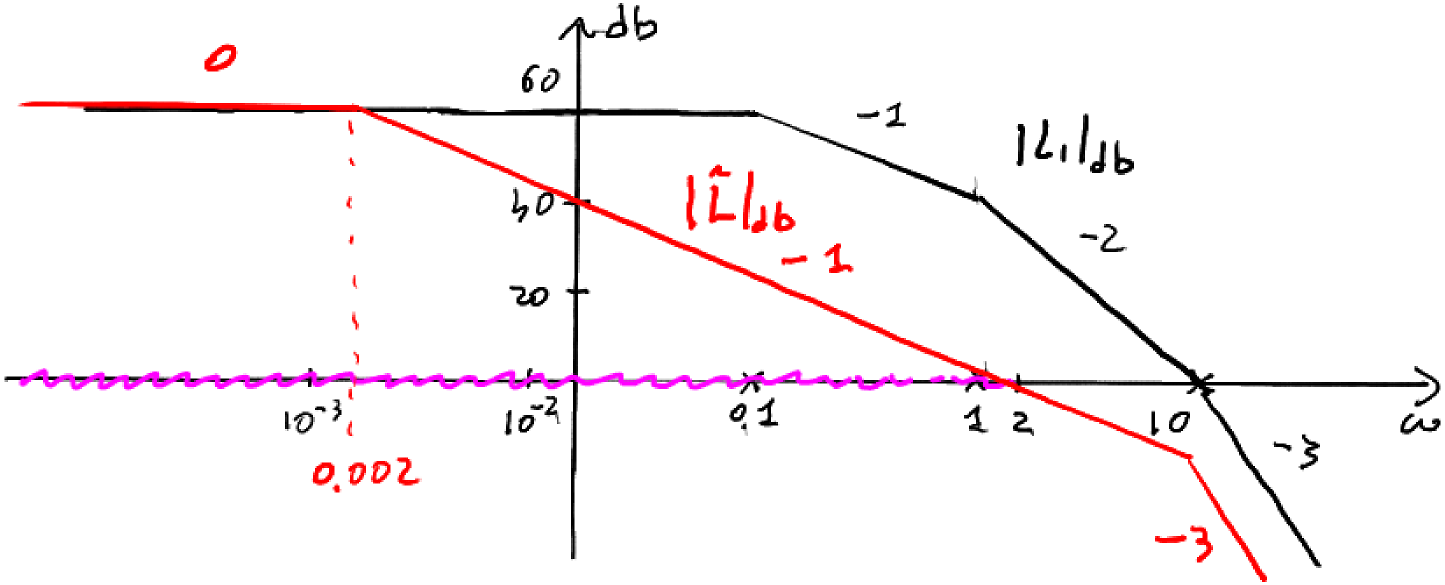
Scelta di $\hat{L}$ attorno a $\omega_c = 2$



Scelta di $\hat{L}$ per $\omega \to 0$: vincoli (a) e (b)



Scelta di $\tilde{L}$ per $\omega \to \infty$: vincolo (c)



Ricavo $\tilde{L}(s)$ e controllo se φ_m è sufficiente

$$\tilde{L}(s) = \frac{1000}{\left(1+\frac{s}{0.002}\right)\left(1+\frac{s}{10}\right)^2}$$

$$\varphi_c = -\operatorname{atan}\left(\frac{2}{0.002}\right) - 2\operatorname{atan}\left(\frac{2}{10}\right) = \underbrace{-\operatorname{atan}(1000)}_{-89.95^\circ} - 2\operatorname{atan}(0.2) = -112^\circ$$

$\varphi_m = 180 - |\varphi_c| = 68^\circ$ OK: $\varphi_m \geq 60^\circ$ e (R3) è verificata.

Controllore complessivo

$$R_2(s) = \frac{\hat{L}(s)}{L_1(s)} = \frac{1\cancel{000}}{\left(1+\frac{s}{0.002}\right)\left(1+\frac{s}{10}\right)^{\cancel{2}}} \quad \frac{(1+10s)(1+s)\cancel{\left(1+\frac{s}{10}\right)}}{1\cancel{000}}$$

Osservazione. Qualunque cancellazione nel calcolare $R_2(s)$ è lecita (NON si creano parti non raggiungibili e/o non osservabili!)

$$R(s) = R_1(s)\, R_2(s) = 20\, R_2(s)$$

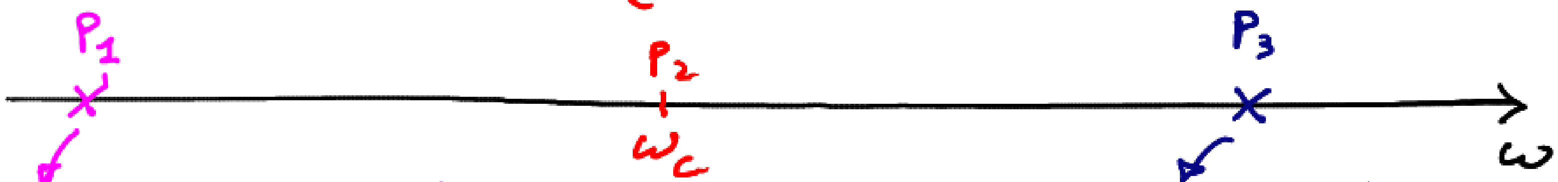
Osservazioni su $R_2(s)$

- Cancella i poli in -0.1 e -1 di $G(s)$ per migliorare φ_m. È lecito poiché i poli sono a sinistra.
- Introduce nuovi poli per non compromettere il progetto statico e avere $R(s)$ propria.

Contributo a φ_c di poli a sinistra

Poli a pulsazione $p_1 < \omega_c$, $p_2 = \omega_c$ e $p_3 > \omega_c$:

$$\measuredangle\left(1+j\frac{\omega_c}{p_2}\right) = -\operatorname{atan}\left(\frac{\cancel{\omega_c}}{\cancel{\omega_c}}\right) = -45^\circ$$



$$\measuredangle\left(1+j\frac{\omega_c}{p_1}\right) = -\operatorname{atan}\left(\frac{\omega_c}{p_1}\right) < -45^\circ$$

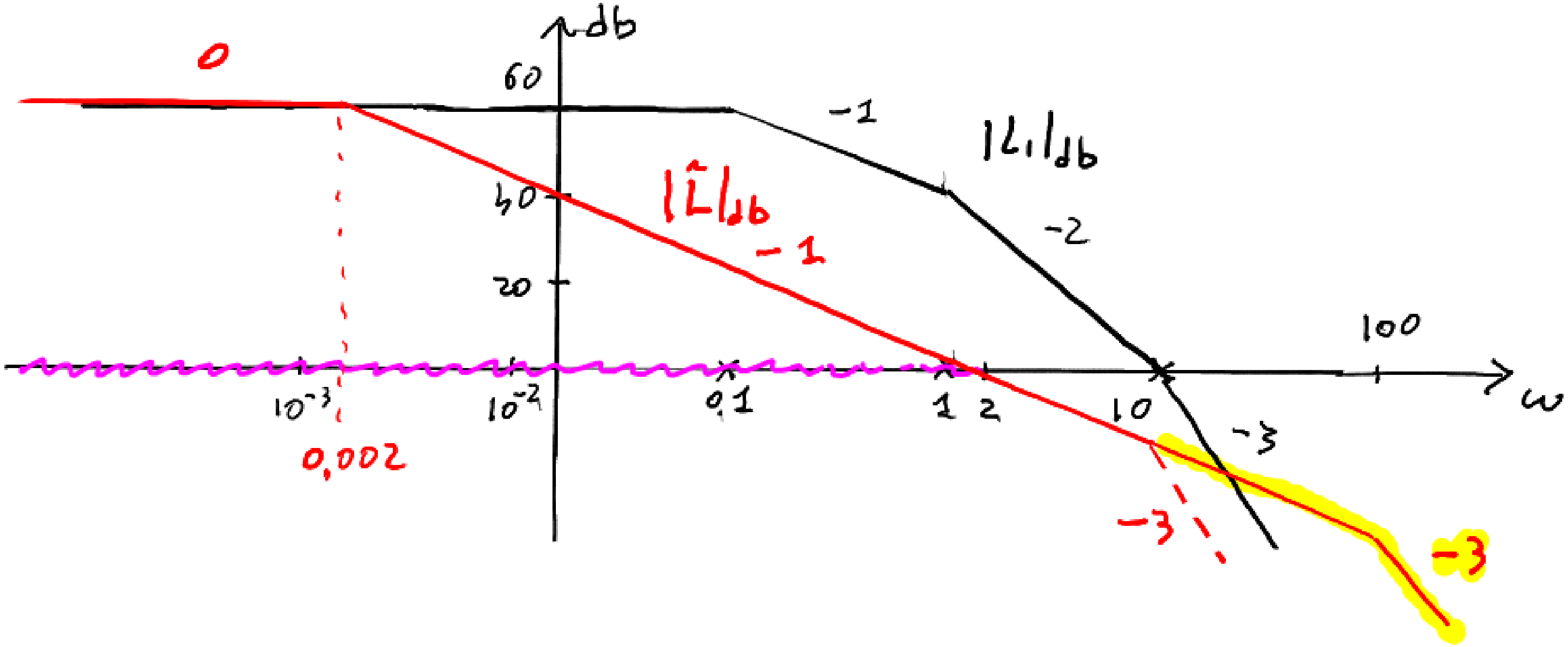
$$\measuredangle\left(1+j\frac{\omega_c}{p_3}\right) = -\operatorname{atan}\left(\frac{\omega_c}{p_3}\right) > -45^\circ$$

- Cancellare un polo a sinistra con pulsazione $< \omega_c$ e rimpiazzarlo con un polo (a sinistra) a pulsazione $> \omega_c$ migliora il margine di fase

  ↳ più p_1 è piccolo, più $\measuredangle\left(1+j\frac{\omega_c}{p_1}\right)$ tende a -90°

  ↳ più p_3 è grande, più $\measuredangle\left(1+j\frac{\omega_c}{p_3}\right)$ tende a 0°

Scelta di $\hat{L}(s)$ alle alte pulsazioni



Aumentare la pulsazione dei poli di $\hat{L}(s)$ con pulsazione $\geq \omega_c$ migliora φ_m

$$\hat{L}(s) = \frac{1000}{\left(1+\frac{s}{0,002}\right)\left(1+\frac{s}{100}\right)^2}$$

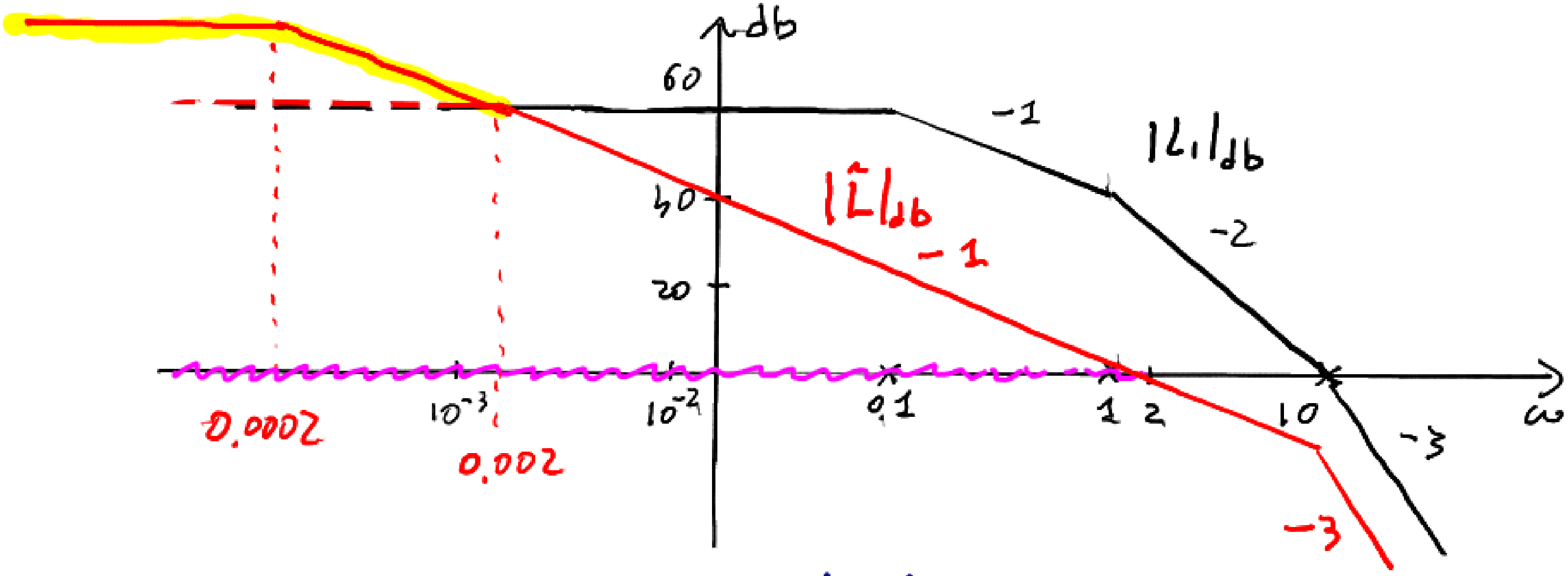
Prima era -112°

$$\varphi_c = -\operatorname{atan}\left(\frac{2}{0,002}\right) - 2\operatorname{atan}\left(\frac{2}{100}\right) = -\operatorname{atan}(1000) - 2\operatorname{atan}(0.02) = -92^\circ$$

$$\varphi_m = 180 - |\varphi_c| = 88^\circ \longrightarrow \text{prima era } 68^\circ$$

È bene però non eccedere per non "sollecitare" dinamiche non modellizzate ad alta frequenza

Scelta di $\hat{L}(s)$ alle basse pulsazioni



Il raccordo alle basse pulsazioni con $|L_1|_{db}$ non è necessario

$$\hat{L}(s) = \frac{10000}{\left(1+\frac{s}{0.0002}\right)\left(1+\frac{s}{10}\right)^2}$$

$$\varphi_c = -\operatorname{atan}\left(\frac{2}{0.0002}\right) - 2\operatorname{atan}\left(\frac{2}{10}\right) = \overbrace{-\operatorname{atan}(10000)}^{-89.99\text{ : pressoché identico a prima}} - 2\operatorname{atan}(0.2) = -112^\circ$$

$$\varphi_m = 180 - |\varphi_c| = 68^\circ$$

OK: $\varphi_m \geq 60^\circ$ e (R3) è verificata.

$$R_2(s) = \frac{\hat{L}(s)}{L_1(s)} = \frac{10000}{\left(1+\frac{s}{0,0002}\right)\left(1+\frac{s}{10}\right)^{\cancel{2}}} \frac{(1+10s)(1+s)\cancel{\left(1+\frac{s}{10}\right)}}{1000} =$$

$$= 10 \boxed{\frac{(1+10s)(1+s)}{\left(1+\frac{s}{0.0002}\right)\left(1+\frac{s}{10}\right)}} \rightarrow \tilde{R}_2(s) \text{ ottenuto prima}$$

$$R(s) = \overbrace{R_1(s)}^{=20} \cdot 10 \cdot \tilde{R}_2(s) = 200 \; \tilde{R}_2(s)$$

$\downarrow$

Il guadagno del regolatore rimane, per costruzione, ≥ 20 come richiesto dal progetto statico